

Roll No.

CD-2648

**B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)
EXAMINATION, 2020**

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

(A-58) P. T. O.

[2]

CD-2648

Find inverse of given matrix A with the help of elementary transformation, where :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

(ब) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए और इसकी जाति ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Reduce the following matrix in the normal form and find its rank :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

(स) आव्यूह :

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

के अभिलाक्षणिक समीकरण को ज्ञात कीजिये और सत्यापित कीजिए कि यह A द्वारा सन्तुष्ट होता है।

(A-58)

Find the characteristic equation of the matrix :

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

and verify that it is satisfied by A.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि की प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

Solve the following equations with the help of elementary operations of matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

- (ब) यदि समीकरण :

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

के दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0.$$

If the sum of two roots is equal to third root of the equation :

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

then prove that :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0.$$

- (स) कॉर्डन विधि द्वारा त्रिघात को हल कीजिए :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

Solve the cubic by Cardon's method :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) यदि I शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि xRy यदि $x^y = y^x$, जबकि $x, y \in I$, तो क्या सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है ?

If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by xRy if $x^y = y^x$, where $x, y \in I$ then, is the relation R an equivalence relation ?

- (ब) यदि $f : X \rightarrow Y$ तथा A और B समुच्चय Y के दो उपसमुच्चय हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$$

If $f : X \rightarrow Y$ and A, B are two subsets of Y , then prove that :

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$$

- (स) सिद्ध कीजिए कि किसी परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह की कोटि समूह की कोटि का भाजक होता है।

Prove that the order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) सिद्ध कीजिए कि यदि f समूह G का समूह G' में एक अन्तर्क्षेपी समाकारिता है, तो f का कर्नेल K , G का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Prove that if f is a homomorphism of a group G into group G' , then kernel K of f is a normal subgroup of G .

- (ब) समाकारिता पर द्वितीय प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove the second theorem on homomorphism.

- (स) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Prove that the intersection of two subrings is a subring.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) यदि n कोई धन पूर्णांक है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{2^{n+1}} \cos \frac{n\pi}{4}$$

If n is any positive integer, then prove that :

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{2^{n+1}} \cos \frac{n\pi}{4}$$

- (ब) यदि :

$$\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

If :

$$\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$$

prove that :

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

Prove that :

$$\tan\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$